

## MAT 203 ANALİTİK GEOMETRİ I DERSİ FİNAL SINAVI SORULARI

Adı-Soyadı:  
Numarası:

17.01.2022

- $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2, -3)$  ve  $\vec{c} = (3, m, 5)$  vektörlerinin aynı düzlemde olması için  $m$  sayısı ne olmalıdır?
- $d \dots \frac{-x-1}{2} = \frac{2y}{1} = \frac{3z+1}{m} = t$  doğrusunun  $x-2y-3z+5=0$  düzlemine paralel olması için  $m$  sayısı ne olmalıdır?
- $A(1,0,0)$ ,  $B(0,1,0)$  ve  $C(0,0,1)$  noktalarından geçen  $P$  düzlemine paralel olan ve  $M(2,1,4)$  noktasından geçen düzlemin denklemini bulunuz.
- $\vec{v} = (1, -2, 1)$  vektörünün  $\vec{u} = (4, -4, 7)$  doğrultusundaki dik izdüşümünü bulunuz.  
 $P \dots 3x - 3y - 2z - 14 = 0$  izdüşümünün uzunluğunu bulunuz.
- $Q \dots 5x + y - 6z - 10 = 0$   
 $R \dots x - 2y + 4z - 9 = 0$

düzlemlerinin birbirine göre durumunu inceleyiniz.

- $d \dots \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 4t - 2 \\ z = 3t \end{cases}$  doğrusunun  $xoz$  düzlemi üzerindeki dik iz düşümünü bulunuz.
- $A(-1, 2, -3)$  noktasının sırasıyla orijine göre,  $z$ -eksenine göre,  $yoz$  düzlemine göre simetriği olan noktaları bulunuz.

Prof. Dr. Emin KASAP

= CEVAP ANAHTARI =

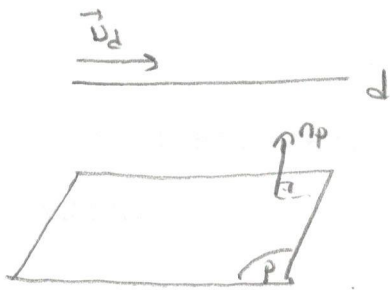
①  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  ve  $\vec{c}$  vektörlerinin aynı düzlemde olması için  $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$  olması gerekir.

$$\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & m & 5 \end{vmatrix} = 2[10+3m] + [5+9] + [m-6] = 0$$

$$\Rightarrow 20 + 6m + 14 + m - 6 = 0 \Rightarrow 7m = -28 \Rightarrow m = -4$$

olmalıdır.

②



P...  $x-2y-3z+5=0$  düzlemiyle d  
doğrusunun paralel olması için  
d nin doğrultmanı  $\vec{u}_d$ , P nin normali  $\vec{n}_p$   
olmak üzere  $\vec{u}_d \perp \vec{n}_p$  olmalıdır.

$$d \dots \frac{-x-1}{2} = \frac{2y}{1} = \frac{3z+1}{m} = t \Rightarrow d \dots \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{z+\frac{1}{3}}{\frac{m}{3}} = t$$

olup  $\vec{u}_d = (-2, \frac{1}{2}, \frac{m}{3})$  olur. Yine  $\vec{n}_p = (1, -2, -3)$  olur.

$$\vec{u}_d \perp \vec{n}_p \Rightarrow \langle \vec{u}_d, \vec{n}_p \rangle = 0$$

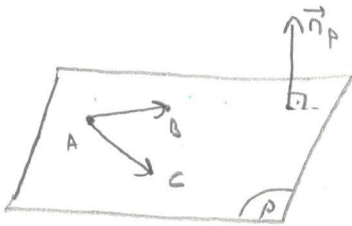
$$\Rightarrow \langle (-2, \frac{1}{2}, \frac{m}{3}), (1, -2, -3) \rangle = 0$$

$$\Rightarrow -2 - 1 - m = 0$$

$$\Rightarrow m = -3$$

bulunur.

③



$$\vec{AB} = B - A = (0, 1, 0) - (1, 0, 0) = (-1, 1, 0)$$

$$\vec{AC} = C - A = (0, 0, 1) - (1, 0, 0) = (-1, 0, 1)$$

P nin normali  $\vec{n}_p$  olmak üzere

$$\vec{n}_p = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \mathbf{e}_1 [1] - \mathbf{e}_2 [1] + \mathbf{e}_3 [1] = (1, 1, 1)$$

P ye paralel olan Q düzleminin normali de  $\vec{n}_Q = (1, 1, 1)$  alınabilir.

Q nin denklemi

$$Q \dots ax + by + cz + d = 0$$

olmak üzere

$$Q \dots x + y + z + d = 0$$

olur.  $M(2, 1, 4) \in Q$  olduğundan

$$2 + 1 + 4 + d = 0 \Rightarrow d = -7$$

olup

$$Q \dots x + y + z - 7 = 0$$

bulunur.

4)  $\vec{v}$  vektörünün  $\vec{u}$  doğrultusundaki dik izdüşümünün uzunluğu  $h$  olmak üzere

$$h = \frac{\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle}{\|\vec{u}\|} = \frac{\langle (1, -2, 1), (4, -4, 7) \rangle}{\sqrt{16+16+49}} = \frac{4+8+7}{9} = \frac{19}{9}$$

bulunur

5)  $P, Q$  ve  $R$  düzlemlerinin normalleri sırasıyla  $\vec{n}_P, \vec{n}_Q$  ve  $\vec{n}_R$  olmak üzere

$$\det(\vec{n}_P, \vec{n}_Q, \vec{n}_R) = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 5 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 3[4+12] + 3[20+6] - 2[-10-13]$$

$$\Rightarrow \det(\vec{n}_P, \vec{n}_Q, \vec{n}_R) = 76 \neq 0$$

olduğundan bu üç düzlem bir noktada kesişir

6)  $d \dots \begin{cases} x=3t+1 \\ y=4t-2 \\ z=3t \end{cases} \Rightarrow d \dots \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3} = t$

olur. Öncelikle orkesit doğrusu,  $d$  olan iki düzlem bulalım.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} \Rightarrow 4x-4=3y+6 \Rightarrow 4x-3y-10=0$$

$$O_1 \dots 4x-3y-10=0$$

olur.

$$\frac{y+2}{4} = \frac{z}{3} \Rightarrow 3y+6=4z \Rightarrow 3y-4z+6=0$$

$$O_2 \dots 3y-4z+6=0$$

olur.  $O_1$  ve  $O_2$  düzlemlerinin orkesiti  $d$  doğrusudur.  $d$  doğrusunun izettiği

düzlem denetiminin denklemi

$$4x-3y-10 + \lambda(3y-4z+6) = 0$$

$$\Rightarrow 4x + (3\lambda-3)y - 4\lambda z + 6\lambda - 10 = 0$$

Olur  $x=2$  düzlemi  $P \dots y=0$  düzlemidir. Yukarıdaki denet denkleminde  $P$  düzlemine dik olan düzlemi bulalım.

$$\vec{n}_P = (0, 1, 0) \text{ olur. Denetin normali } \vec{n}_D = (4, 3\lambda - 3, -4\lambda)$$

$$\langle \vec{n}_D, \vec{n}_P \rangle = 0 \Rightarrow \langle (0, 1, 0), (4, 3\lambda - 3, -4\lambda) \rangle = 0$$

$$\Rightarrow 3\lambda - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 1$$

olup

$$Q \dots 4x - 4z - 4 = 0 \Rightarrow Q \dots x - z - 1 = 0$$

bulunur. Aranan izdüşüm doğrusu  $d'$  olarak üzere  $d'$ ,  $P$  ile  $Q$  nın ortaklığı doğrusudur.

$$\begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ için } z = t \text{ alınırsa } x = t + 1 \text{ olur}$$

$$d' \dots \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \text{ bulunur.}$$

7)  $A(-1, 2, -3)$  noktasının orijine göre simetrisi  $B(1, -2, 3)$  olur.

$A(-1, 2, -3)$  noktasının  $z$ -eksenine göre simetrisi  $C(1, -2, -3)$  olur.

$A(-1, 2, -3)$  noktasının  $x=0$  düzlemine göre simetrisi  $D(1, 2, -3)$  olur.